Lösungshinweise zur
Credit-Point-Klausur "Spieltheorie" (Variante c)

Sommersemester 2006

Aufgabe 1:

Unternehmen 1 maximiert den (subjektiv) erwarteten Gewinn:

$$\begin{aligned} E[G_1(x_1, x_2)] &= (20 - x_1 - E[x_2] - 2)x_1 \\ \frac{\partial G_1}{\partial x_1} &= 18 - 2x_1 - E[x_2] = 0 \quad \text{(BEO)} \\ \Rightarrow \qquad x_1 &= 9 - 0.5E[x_2] = R_1(x_2) \end{aligned}$$

mit $E[x_2] = 0.5x_2(t_1) + 0.5x_2(t_2)$ als erwarteter Menge des Konkurenten. Unternehmen 2 vom Typ 1 hat dieselben Grenzkosten $c_2 = c_1 = 2$ und somit dieselbe Reaktionsfunktion $x_2(t_1) = 9 - 0.5x_1$. Unternehmen 2 vom Typ 2:

$$\begin{aligned} G_2(x_1, x_2) &= (20 - x_1 - x_2 - 4)x_1 \\ \frac{\partial G_2}{\partial x_2} &= 16 - 2x_2 - x_1 = 0 \quad \text{(BEO)} \\ \Rightarrow \qquad x_2(t_2) &= 8 - 0.5x_1 \end{aligned}$$

Unternehmen 1 wählt die beste Antwort auf die *erwartete* gleichgewichtige Mengensetzung von Unternehmen 2:

$$\begin{aligned} x_1^* &= 9 - 0.5[0.5 \cdot (9 - 0.5x_1) + 0.5 \cdot (8 - 0.5x_1)] \\ &= 9 - 05[8.5 - 0.5x_1] = 4.75 + 0.25x_1 \\ \Rightarrow \quad x_1^* &= 6\frac{1}{3} \end{aligned}$$

Wenn Unternehmen 2 vom Typ 2 ist ($c_2 = 4$), dann ist $x_2^*(t_2) = 8 - 0.5 \cdot 6.333 = 4.833$. Die Bayes-Nash-Lösung ist somit ($x_1 = 6.333, x_2 = 4.833$).

Aufgabe 2:

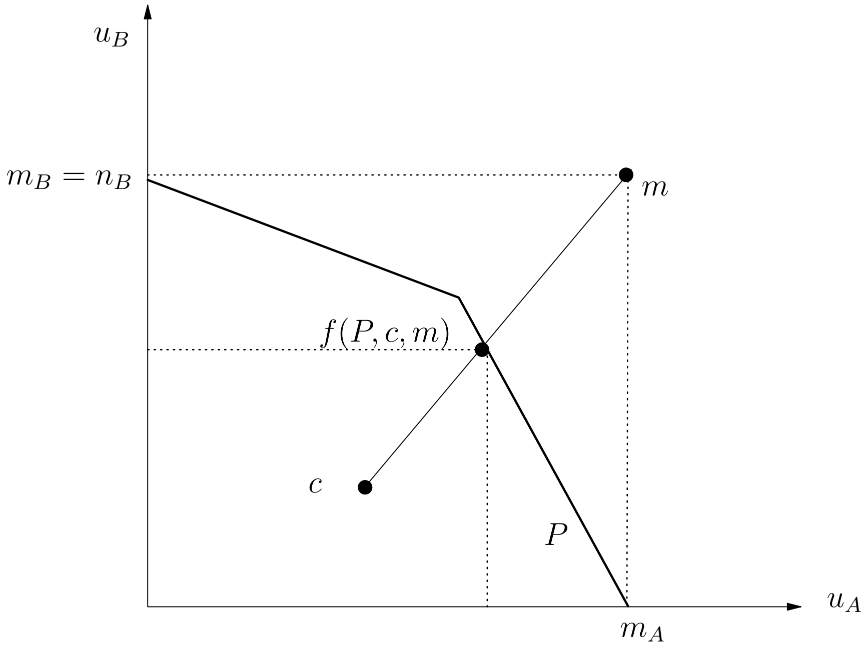
Ein Strategievektor (s_i, s_{-i}) ist teilspielperfekt (t.s.p.), wenn die Strategien im Gesamtspiel und in allen Teilspielen ein Nash-Gleichgewicht darstellen, auch in solchen Teilspielen, die im Spielverlauf nicht realisiert werden.

Ist ein Strategievektor nicht t.s.p., so wird für mindestens ein Teilspiel ein unglaubwürdiges Verhalten angekündigt, welches ein rationaler Spieler niemals realisieren würde. Das Entscheidungsverhalten der anderen Spieler würde in diesem Fall ebenfalls davon abhängen, dass sie von einem irrationalen Verhalten dieses Spielers ausgehen. Wird jedoch Rationalität unterstellt, so dürfen ungleichgewichtige Entscheidungen niemals angekündigt oder geglaubt werden.

Das klassische Gefangenendilemma hat 4 mögliche Spielausgänge. Auf der zweiten Stufe ergeben sich somit 4 Teilspiele mit je 4 Spielausgängen. Auf der dritten Stufe beginnen dann $4 \cdot 4 = 16$ Teilspiele. Insgesamt sind es also 20 Teilspiele. Hat das Basisspiel eine eindeutige Lösung (hier: (D, D)), dann ist die einzige t.s.p. Lösung diejenige, bei der an jedem Knoten stets D gespielt wird. Begründung: Da die 16 Teilspiele der dritten Stufe identisch mit dem Basisspiel sind, ist dort (D, D) die einzige Lösung. Dies kann auf der zweiten Stufe antizipiert werden. Da auf alle denkbaren Spielzüge der zweiten Stufe die Auszahlungen für (D, D) der letzten Stufe addiert werden, haben auch die Teilspiele der zweiten Stufe dieselbe Struktur wie das Basisspiel. Daher wird auch auf der zweiten Stufe stets D gespielt. Dasselbe gilt dann für die erste Stufe, so dass bereits mit D begonnen wird.

Aufgabe 3:

Bei der KS-Lösung wird der Idealpunkt m ermittelt. Das ist der Vektor derjenigen Auszahlungen des Auszahlungsraumes, die jeder Spieler maximal erreichen könnte. Der Idealpunkt selbst ist i.d.R. nicht Teil des Auszahlungsraums. Der Schnittpunkt der Verbindungslinie von Konflikt- und Idealpunkt mit der Auszahlungsgrenze ist die KS-Lösung.



Aufgabe 4:

Es handelt sich um das Ultimatum-Spiel. Rückwärtsinduktion: Ein rationaler Spieler B wird jeden Vorschlag annehmen, der ihm eine positive Auszahlung $(a - \delta)M > 0$ zubilligt. Dies antizipiert Spieler A und wird den größtmöglichen Anteil des Geldbetrags für sich beanspruchen, also δ nahe 1 wählen.